

Exercice 1 (5,5 points)

On donne : $A = \sqrt{27} + 5\sqrt{12}$; $B = 3\sqrt{5}(6 - \sqrt{5})$; $C = (5 - 2\sqrt{7})^2$ et $D = \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}}$.

1. Écris A sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{27} + 5\sqrt{12} \\ A &= \sqrt{9 \times 3} + 5\sqrt{4 \times 3} \\ A &= \sqrt{9} \times \sqrt{3} + 5 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3} \\ A &= 3 \times \sqrt{3} + 5 \times 2 \times \sqrt{3} \\ A &= 3 \times \sqrt{3} + 10 \times \sqrt{3} \\ \mathbf{A} &= \mathbf{13\sqrt{3}} \end{aligned}$$

1,5 pt

3. Montre que D est un nombre entier.

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{4}} \\ D &= \frac{1}{\frac{4}{12} - \frac{3}{12}} \\ D &= \frac{1}{\frac{1}{12}} \\ D &= 1 \times \frac{12}{1} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{12} \end{aligned}$$

1,5 pt

2. Développe (et réduis si nécessaire) B et C pour les écrire sous la forme $c + d\sqrt{e}$, où c , d et e sont des nombres entiers relatifs.

$$\begin{aligned} B &= 3\sqrt{5}(6 - \sqrt{5}) \\ B &= 3\sqrt{5} \times 6 - 3\sqrt{5} \times \sqrt{5} \\ B &= 18\sqrt{5} - 3 \times 5 \\ \mathbf{B} &= \mathbf{18\sqrt{5} - 15} \end{aligned}$$

1 pt

$$\begin{aligned} C &= (5 - 2\sqrt{7})^2 \\ C &= 5^2 - 2 \times 5 \times 2\sqrt{7} + (2\sqrt{7})^2 \\ C &= 25 - 20\sqrt{7} + 4 \times 7 \\ C &= 25 - 20\sqrt{7} + 28 \\ \mathbf{C} &= \mathbf{53 - 20\sqrt{7}} \end{aligned}$$

1,5 pt

Exercice 2 (4 points)

On donne la fonction $f : x \mapsto 5 - x^2$.

1. Complète le tableau de valeurs.

1,5 pt

x	-2	-1	0	1	2	4	5
$f(x)$	1	4	5	4	1	-11	-20

2. À partir de ce tableau, rédige les réponses aux questions suivantes :

a) Quelle est l'image par f de 4 ?

L'image de 4 est -11.

0,5 pt

b) Pour quelle valeur de x a-t-on $f(x) = 5$?

$f(x) = 5$ pour $x = 0$.

0,5 pt

c) Combien vaut $f(-2)$?

$f(-2) = 1$.

0,5 pt

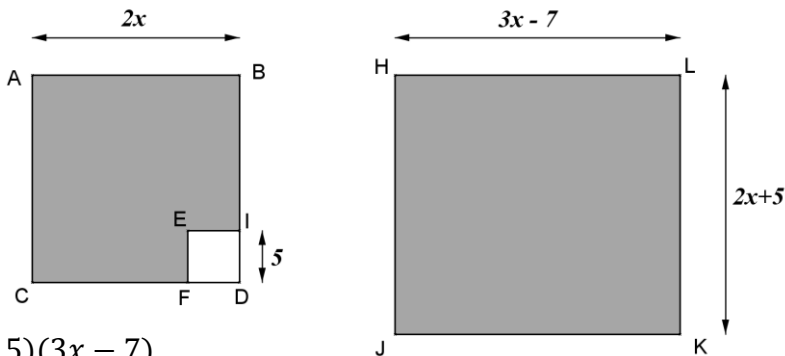
d) Combien d'antécédents le nombre 1 admet-il ? lesquels ?

1 a deux antécédents : -2 et 4.

1 pt

Exercice 3 (6 points)

$ABDC$ et $EIDF$ sont des carrés. $HLKJ$ est un rectangle.
 L'unité de longueur est le cm. x est un nombre.
 On note : \mathcal{A}_1 l'aire du polygone $ABIEFC$ et \mathcal{A}_2 l'aire du rectangle $HLKJ$.



1) Montre que $\mathcal{A}_1 = 4x^2 - 25$ et que $\mathcal{A}_2 = (2x + 5)(3x - 7)$.

L'aire du polygone $ABIEFC$ est égale à l'aire du carré $ABDC$ moins l'aire du carré $DIEF$.

$$\mathcal{A}_1 = (2x)^2 - 5^2$$

$$\mathcal{A}_1 = 4x^2 - 25 \quad \text{1 pt}$$

L'aire d'un rectangle est égale au produit de la longueur par la largeur.

$$\text{Donc } \mathcal{A}_2 = (2x + 5)(3x - 7). \quad \text{0,5 pt}$$

2) Développe et réduis \mathcal{A}_2 .

$$\mathcal{A}_2 = (2x + 5)(3x - 7)$$

$$\mathcal{A}_2 = 2x \times 3x - 2x \times 7 + 5 \times 3x - 5 \times 7$$

$$\mathcal{A}_2 = 6x^2 - 14x + 15x - 35$$

$$\mathcal{A}_2 = 6x^2 + x - 35 \quad \text{1,5 pt}$$

3) Factorise \mathcal{A}_1 .

$$\mathcal{A}_1 = 4x^2 - 25$$

$$\mathcal{A}_1 = (2x)^2 - 5^2$$

$$\mathcal{A}_1 = (2x - 5)(2x + 5) \quad \text{1 pt}$$

4) a) Peut-on avoir $x = 2$?

Pour $x = 2$, sur la 1^{ère} figure, $AB = BD = 4$ et $ID = 5$: impossible, ID ne peut pas être supérieure à BD .

Sur la 2^{de} figure, $3x - 7 = 6 - 7 = -1$: impossible, la longueur du côté ne peut pas être négative.

b) Calcule \mathcal{A}_1 et \mathcal{A}_2 pour $x = 6$.

$$\mathcal{A}_1 = 4x^2 - 25$$

$$\mathcal{A}_1 = 4 \times 6^2 - 25$$

$$\mathcal{A}_1 = 4 \times 36 - 25$$

$$\mathcal{A}_1 = 144 - 25$$

$$\mathcal{A}_1 = 119 \text{ cm}^2 \quad \text{0,5 pt}$$

+ 0,5 pt

$$\mathcal{A}_2 = 6x^2 + x - 35$$

$$\mathcal{A}_2 = 6 \times 6^2 + 6 - 35$$

$$\mathcal{A}_2 = 6 \times 36 + 6 - 35$$

$$\mathcal{A}_2 = 216 + 6 - 35$$

$$\mathcal{A}_2 = 187 \text{ cm}^2 \quad \text{0,5 pt}$$

Exercice 4 (5 points)

La courbe est la représentation graphique d'une fonction f . Réponds aux questions suivantes et fais apparaître les traits nécessaires sur le graphique.

1. Détermine une valeur approchée de :

a) l'image de -2 par f (tracé en vert) ;

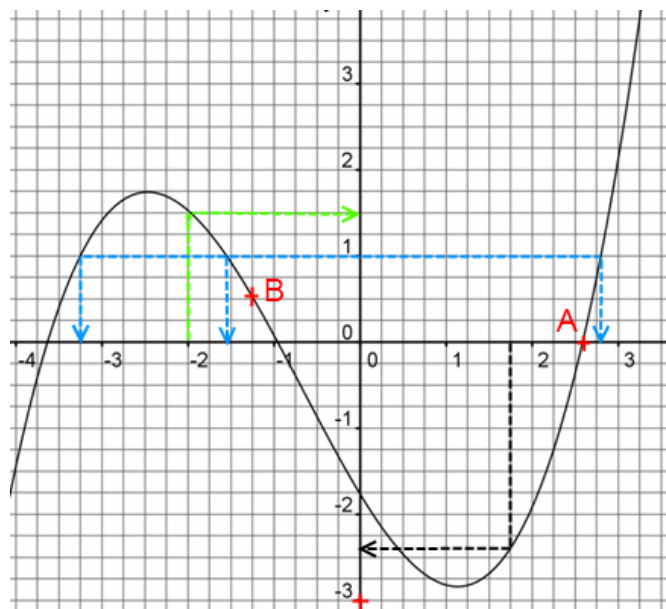
$$\text{L'image de } -2 \text{ est } 1,5. \quad \text{1 pt}$$

b) le (les) antécédent(s) de 1 par f (tracé en bleu) ;

$$\text{Les antécédents de } 1 \text{ sont } -3,25 ; -1,5 \text{ et } 2,8. \quad \text{1,5 pt}$$

c) $f\left(\frac{7}{4}\right)$ (tracé en noir).

$$f\left(\frac{7}{4}\right) \approx -2,4 \quad \text{1pt}$$



2. Place un point A sur la courbe dont l'ordonnée est 0. **0,5 pt**
3. Place un point B sur la courbe dont l'abscisse est $-1,25$. **0,5 pt**
4. Détermine un nombre, visible sur le repère, mais dont on ne peut pas déterminer d'antécédent.
-3 n'a pas d'antécédent. **0,5 pt**

Exercice 5 (8 points)

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.
 Il n'est pas demandé de la reproduire.
 ABCD est un rectangle.
 Les droites (BD) et (EC) sont perpendiculaires.
 $BC = 17,6$ cm ; $FD = 7,92$ cm et $DB = 22$ cm.

1. a) Montre que $FB = 14,08$ cm.

$FB = BD - FD = 22 - 7,92$ Donc **$FB = 14,08$ cm** **0,5 pt**

b) Montre que $ED = 9,9$ cm. **3 pts**

ABCD est un rectangle donc les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

Les points D, F et B sont alignés. Les points E, F et C sont alignés.
 Les droites (ED) et (BC) sont parallèles.

Alors, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{FE}{FC} = \frac{FD}{FB} = \frac{ED}{CB}$. Soit $\frac{FE}{FC} = \frac{7,92}{14,08} = \frac{ED}{17,6}$.

$\frac{7,92}{14,08} = \frac{ED}{17,6}$ Soit $ED = \frac{17,6 \times 7,92}{14,08}$ **Donc $ED = 9,9$ cm.**

2. a) Montre que $DC = 13,2$ cm. **2,5 pts**

$BD = 22$ cm et $BC = 17,6$ cm.

Le triangle BCD est rectangle en C. Alors d'après le théorème de Pythagore on a :

$$\begin{aligned} BD^2 &= BC^2 + CD^2 \\ 22^2 &= 17,6^2 + CD^2 \\ CD^2 &= 484 - 309,76 \\ CD^2 &= 174,24 \\ CD &= 13,2 \end{aligned}$$

Donc CD mesure 13,2 cm.

b) Calcule l'aire du trapèze AECB. **2pts**

L'aire du trapèze AECB est égale à l'aire du rectangle ABCD moins l'aire du triangle rectangle CDE.

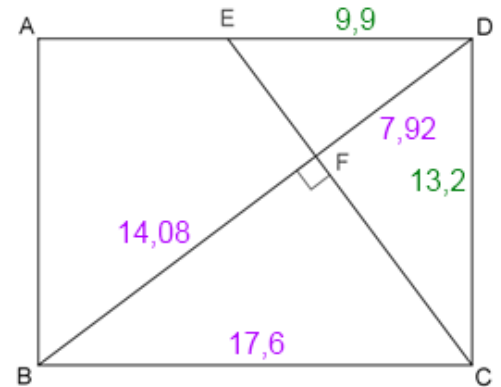
$\mathcal{A}(AECD) = BC \times CD - CD \times DE : 2$

$\mathcal{A}(AECD) = 17,6 \times 13,2 - 13,2 \times 9,9 : 2$

$\mathcal{A}(AECD) = 232,32 - 65,34$

$\mathcal{A}(AECD) = 166,98$

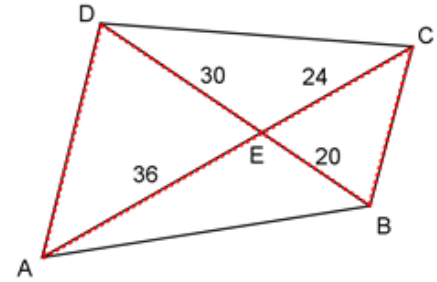
L'aire du trapèze AECB est égale à 166,98 cm².



Exercice 6 (3 points)

Dans cet exercice, l'unité de longueur est le millimètre.
La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.
Il n'est pas demandé de la reproduire.

Le quadrilatère ci-contre est-il un trapèze ?
Justifie soigneusement ta réponse.



Rappel : un trapèze est un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles.

Les points C, E et A d'une part, et les points B, E et D d'autre part, sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{EB}{ED} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \frac{EC}{EA} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$

Donc $\frac{EB}{ED} = \frac{EC}{EA}$.

Alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (DA) sont parallèles.

Un trapèze est un quadrilatère ayant deux côtés opposés parallèles.

Donc le quadrilatère ABCD est un trapèze.

Exercice 7 (3,5 points)

Chez les jeunes, le nombre d'accidents de la route ne cesse d'augmenter. Les principales causes de ces accidents sont l'alcool et la vitesse.

Un cyclomoteur est conçu pour ne pas dépasser une vitesse de 45 km/h. Si le moteur est gonflé au-delà de la puissance légale, les freins et les pneus ne sont plus adaptés et le risque d'accident augmente alors considérablement.

Lisa et Aymeric ont chacun un scooter. Ils doivent rejoindre leurs copains à la piscine qui est à 8 km de chez eux.

1. Lisa roule en moyenne à 40 km/h. Combien de temps, en minutes, mettra-t-elle pour aller à la piscine ?

Distance	40 km	8 km
Temps	60 min	t

C'est un tableau de proportionnalité.

Donc $t = \frac{60 \times 8}{40} = 12$ **Lisa mettra 12 min.**

Autre : $v = \frac{d}{t}$ donc $t = \frac{d}{v}$ $t = \frac{8}{40} = 0,2$ Lisa mettra 0,2 h, soit $0,2 \times 60 = 12$ min.

2. Aymeric est plus pressé, il roule en moyenne à 48 km/h. Calculer, en minutes, le temps qu'il mettra pour retrouver ses copains à la piscine.

Distance	48 km	8 km
Temps	60 min	t

C'est un tableau de proportionnalité.

Donc $t = \frac{60 \times 8}{48} = 10$ **Aymeric mettra 10 min.**

Autre : $t = \frac{d}{v}$ $t = \frac{8}{48} = \frac{1}{6}$ Aymeric mettra $\frac{1}{6}$ h, soit $\frac{1}{6} \times 60 = 10$ min.

3. Partie à la même heure qu'Aymeric, Lisa est arrivée à 14 h 01. À quelle heure est arrivé Aymeric ?

14 h 01 min – 2 min = 13 h 59 min **Aymeric est arrivé à 13 h 59.**